

指スマにおけるセメントの有用性

石川県立小松高等学校



1. 研究の背景と目的

指スマとは、全員が上げる指の本数を言い当てるゲームである。そこには「セメント」と呼ばれる相手の指を上げたまま固定する特殊ルールが存在する。その「セメント」を使うことで有利になるのか疑問に思い、また「セメント」に関する先行研究がなかったため明らかにしようと試みた。



2. 仮説

何度かプレーしてみた結果、セメントをコールした人以外が有利になり、**コールした人はあまり有利にならないのではないか**という仮説を立てた。

3. 実験1

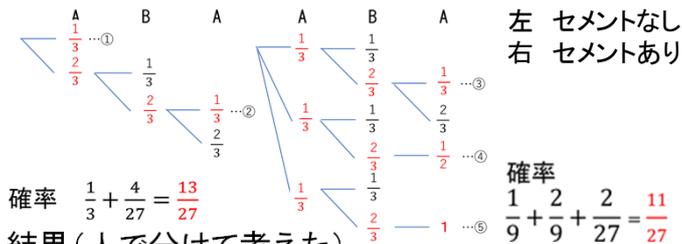
・実験手順

求める確率は最初にコールした人が一番最初に手を引く場合の確率のみを計算した。

最初にコールした人が二回目のコールを終えるところまでを計算する。

数字をコールする場合、**最も出る確率の高い数字をコールするものとする。**

例 二人のとき



・結果 (人で分けて考えた)

	セメントなし	セメントあり
2人	$\frac{13}{27} \approx 0.481$	$\frac{11}{27} \approx 0.407$
3人	$\frac{105}{243} \approx 0.432$	$\frac{50}{243} \approx 0.206$
4人	$\frac{4840087}{3^{15}} \approx 0.337$	$\frac{3548830}{3^{15.2}} \approx 0.124$

4. 実験2(先行研究利用)

・実験手順

<先行研究>

自分以外の指の数を n 本として、コールする数を整数 k ($0 \leq k \leq n+2$) とする。自分の指は上げないものとして、 n 本の指はそれぞれが「立てる」か「立てない」かを決めるので全部で 2^n 通りある

よって k 本立つ場合は ${}_n C_k$ 通りとなる。

よってコールが当たる確率は $\frac{{}_n C_k}{2^n}$

n が偶数のときは $k = \frac{n}{2}$ 、 n が奇数のときは $k = \frac{n+1}{2}$ 、が最大

7. 今後の展望

今回はセメントまたは数字をコールする人が一番目に手を引く場合のみを計算したが、二番目以降に手を引くことのできる確率も求めたい。

指スマにはセメントの他にも多様なローカルルールが存在するので、それらも調べてみたい。

8. 参考文献

指スマを分析してみる

札幌創成高校 外山尚生

http://izumimath.jp/N_Toyama/95_toyama.pdf

例 二人のとき

先行研究使わない方法

上げる指の本数	通りの数
0	1
1	1
2	1
合計	3

先行研究使う方法 (右手と左手を区別する)

右手	左手	上がる指の本数	通りの数
0	0	0	1
0	1	1	2
1	0	1	2
1	1	2	1
合計			4

どの数字をコールしても

$$\text{確率} = \frac{1}{3}$$

1をコールしたとき

$$\text{確率} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

・結果(手で分けて考えた)

	セメントなし	セメントあり
2人	$\frac{5}{8} \approx 0.625$	$\frac{5}{16} \approx 0.313$
3人	$\frac{1911}{4096} \approx 0.466$	$\frac{1383}{8192} \approx 0.169$
4人	$\frac{474310}{1048576} \approx 0.382$	$\frac{348897}{4194304} \approx 0.0832$

5. 一般化した結果(実験2より)

セメント無し n : 自分以外の人の手の数

$$\frac{{}_n C_{\frac{n}{2}}}{2^n} + \left(1 - \frac{{}_n C_{\frac{n}{2}}}{2^n}\right)^{\frac{n}{2}+1} \cdot \frac{{}_n C_{\frac{n}{2}}}{2^n}$$

セメント有り

n : 自分以外の人の指の総数

x : 指が2本固まる人の人数

y : 指が1本固まる人の人数

z : 指が0本固まる人の人数

($0 \leq x \leq \frac{n}{2}$, $0 \leq y \leq \frac{n}{2}$, $0 \leq z \leq \frac{n}{2}$, $x+y+z = \frac{n}{2}$, n は偶数)

$$\frac{2^y}{2^n} \cdot \frac{\binom{n}{2}!}{x!y!z!} \cdot \left\{1 - \frac{{}_{n-(2x+y-2)} C_{\frac{n-(2x+y-2)}{2}}}{2^{n-(2x+y-2)}}\right\}^x \cdot \left\{1 - \frac{{}_{n-(2x+y-1)} C_{\frac{n-(2x+y-1)}{2}}}{2^{n-(2x+y-1)}}\right\}^y$$

$$\left\{1 - \frac{{}_{n-(2x+y)} C_{\frac{n-(2x+y)}{2}}}{2^{n-(2x+y)}}\right\}^z \cdot \frac{{}_{n-(2x+y)} C_{\frac{n-(2x+y)}{2}}}{2^{n-(2x+y)}}$$

6. 考察

セメントを使うことでセメントを使った人だけでなく、他の人も手一つ引くことができる確率が上がるため、**一番最初に手一つ引くためには、セメントは有効でない。**

指スマにおけるセメントの有用性

抄録

本研究では、指スマにおいてセメントというルールが有用かどうかについて考察した。指スマとは自分以外の親指の数を当てるゲームで、セメントとは相手の上がった指をゲーム終了まで動かさなくするルールのことである。研究の結果から、最も確率の高い数字をコールし続けた場合、4人で行う場合までならば、セメントは、不利にはたつきやすいことが分かった。

1. 研究の背景と目的

指スマのセメントというルールが自分に有利にはたらくのか疑問に思った。本研究の目的は、セメントを適用する場合としない場合の指の本数を当てられる確率を比較して、指スマにおいてセメントに有用性があるのか明らかにすることである。

2. 方法

一人目がセメントを使う場合と、数字をコールするときの場合に分け、なお初めは全員の指が二本動かせるとし、全プレイヤーの中で最初に手を引けた場合の確率のみを計算し、先行研究を使う方法と使わない方法の2通りの方法で算出した。

3. 結果

どちらの方法においても、数え上げにより、一人目は数字をコールした場合の方が、手を引ける確率が高いことが分かった。また二つの一般化の式を比べると、セメントなしの方が常に確率が高くなることが分かった。

セメント無し n : 自分以外の人の手の数

$$\frac{{}^n C_{\frac{n}{2}}}{2^n} + \left(1 - \frac{{}^n C_{\frac{n}{2}}}{2^n}\right)^{\frac{n}{2}+1} \cdot \frac{{}^n C_{\frac{n}{2}}}{2^n}$$

4. 考察

セメントを使うことにより、自分だけでなくほかのプレイヤーが手を引ける確率も上がり結果的に全プレイヤーの中で最初に手を引ける確率は低くなる。

5. 結論

全プレイヤーの中で最初に手を引くにセメントは有効でない。

セメント有り

x : 指が2本固まる人の人数 y : 指が1本固まる人の手の数
 n : 自分以外の人の手の数 z : 指が0本固まる人の手の数

$$\left(0 \leq x \leq \frac{n}{2}, 0 \leq y \leq \frac{n}{2}, 0 \leq x + y \leq \frac{n}{2}, z = \frac{n}{2} - x - y, n \text{ は偶数}\right)$$

$$\frac{2^y}{2^n} \cdot \frac{\left(\frac{n}{2}\right)!}{x!y!z!} \cdot \left\{1 - \frac{{}^{n-(2x+y-2)} C_{\frac{n-(2x+y-2)}{2}}}{2^{n-(2x+y-2)}}\right\}^x \cdot \left\{1 - \frac{{}^{n-(2x+y-1)} C_{\frac{n-(2x+y-1)}{2}}}{2^{n-(2x+y-1)}}\right\}^y \cdot$$

$$\left\{1 - \frac{{}^{n-(2x+y)} C_{\frac{n-(2x+y)}{2}}}{2^{n-(2x+y)}}\right\}^z \cdot \frac{{}^{n-(2x+y)} C_{\frac{n-(2x+y)}{2}}}{2^{n-(2x+y)}}$$

6 参考文献

izumi-math.jp/N_Toyama/95_toyama.pdf

7. キーワード

指スマ セメント 二項定理 パスカルの三角形 確率